

2. Bowman J. J., Senior T. B. A., Uslenghi P. L. E., Asvestas J. S. Electromagnetic and acoustic scattering by simple shapes. – Amsterdam: North-Holland, 1969. – 728 p.

# **SOUND WAVE SCATTERING BY A FINITE SOFT (RIGID) CONE**

*The problem of the sound plane wave diffraction by a soft (rigid) cone in axial irradiation is solved.*

УДК 539.3

## **ИССЛЕДОВАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ МНОГОСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН СЛОЖНОЙ ФОРМЫ СО СЛОЯМИ РАЗЛИЧНОЙ ТОЛЩИНЫ**

**Лидия Курпа, Галина Тимченко**

*Национальный технический университет  
«Харьковский политехнический институт»,  
ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, 61002, Украина*

В работе предложен численно-аналитический метод, позволяющий исследовать геометрически нелинейные колебания многослойных пластин и пологих оболочек, имеющих сложную форму плана, различные граничные условия и различную толщину слоев. Метод базируется на совместном использовании теории R-функций, вариационного метода Ритца, проекционного метода Бубнова-Галеркина.

Математическая постановка задачи выполнена в рамках уточненной геометрически нелинейной теории типа модели Тимошенко. При этом, предполагается, что проскальзывание между слоями отсутствует, общая толщина пластины является постоянной, а слои могут иметь различную толщину. Уравнения движения принимаются в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} - m_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0, & \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} - m_1 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= 0, \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( N_x \frac{\partial w}{\partial x} + N_{xy} \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \\ & \frac{\partial}{\partial y} \left( N_{xy} \frac{\partial w}{\partial x} + N_y \frac{\partial w}{\partial y} \right) - m_1 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= 0, \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x - m_2 \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} &= 0, & \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y - m_2 \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Система уравнений движения (1) дополняется соответствующими граничными и начальными условиями. Усилия  $N_x, N_y, N_{xy}$ , моменты  $M_x, M_y, M_{xy}$  и перерезывающие силы  $Q_x, Q_y$  выражаются через перемещения  $u, v, w$  и углы поворота  $\psi_x, \psi_y$  по известным формулам [3,4].

Согласно предложенного алгоритма, прежде всего, вычисляются приведенные жесткостные характеристики исследуемого объекта, а затем осуществляется решение линейной задачи о колебаниях многослойной пластины. Ранее такой подход был использован к многослойным пластинам и оболочкам со слоями одинаковой толщины. В настоящей работе метод обобщен для многослойных пластин с произвольной укладкой и различной толщиной слоев. В рамках автоматизированной системы POLE-RL разработано соответствующее программное обеспечение.

Отличительная особенность предложенного алгоритма состоит в том, что искомые функции  $w(x, y, t), \psi_x(x, y, t), \psi_y(x, y, t)$  представляются в виде:

$$\begin{aligned} w(x, y, t) &= y_1(t) \cdot w_1(x, y), \psi_x(x, y, t) = y_1(t) \cdot \psi_{x1}(x, y), \\ \psi_y(x, y, t) &= y_1(t) \cdot \psi_{y1}(x, y), \end{aligned}$$

где  $w_1, \psi_{x1}, \psi_{y1}$  – собственные функции линейной задачи, а аналитические выражения для перемещений  $u(x, y, t), v(x, y, t)$  представляются в следующем виде:

$$\begin{aligned} u(x, y, t) &= y_1(t) \cdot u_1(x, y) + y_1^2(t) \cdot u_2(x, y), \\ v(x, y, t) &= y_1(t) \cdot v_1(x, y) + y_1^2(t) \cdot v_2(x, y), \end{aligned}$$

где  $u_1, v_1$  являются решением линейной задачи, а функции  $u_2, v_2$  находятся как и в работе [1]. Благодаря использованию метода R – функций системы базисных функций для последовательности линейных задач были получены в аналитическом виде, универсальном относительно геометрии пластины.

В результате подстановки выражений для искомым функций в уравнения (1) и применения метода Бубнова-Галеркина, исходная задача сведена к обыкновенному нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка, для решения которого были использованы приближенные методы.

Разработанный метод и соответствующее ему программное обеспечение было протестировано на ряде задач для многослойных пластин простой геометрии и применено для исследования нелинейных колебаний пластин со сложной геометрической формой, различным способом укладки слоев, видом граничных условий и механическими характеристиками материалов слоев.

1. Курпа Л.В. Нелинейные свободные колебания многослойных пологих оболочек симметричного строения со сложной формой плана // Мат. методы та фіз.-мех. поля. – 2008. – 51, №2. – С. 75-85.
2. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения – К.: Наукова думка, 1982. – 552 с.
3. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек – М.: Наука, 1974. – 446 с.
4. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек – М.: Наука, 1972. – 432 с.

**INVESTIGATION OF GEOMETRICALLY NONLINEAR VIBRATION OF THE LAMINATED PLATES WITH COMPLEX FORM AND LAYERS OF THE DIFFERENT THICKNESS**

*The problem of nonlinear free vibrations of composite laminated plates with layers of different thickness and complex planform is studied. The mathematical statement of the problem is carried out using the Timoshenko type theory. To solve the problem the R-function theory, variational methods and the Bubnov-Galyorkin method have been applied. The comparison of the obtained results with available ones confirms effectiveness and reliability of the offered method.*

УДК 539.3

**НЕЛІНІЙНІ КОЛИВАННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ ПОЛОГИХ ОБОЛОНОК ЗІ СКЛАДНОЮ ФОРМОЮ ПЛАНУ**

**Лідія Курпа, Тетяна Шматко**

*Національний технічний університет  
«Харківський політехнічний інститут»,  
вул. Фрунзе, 21, м. Харків, 61002, Україна*

Застосування функціонально-градієнтних матеріалів (ФГМ) при виготовленні елементів тонкостінних конструкцій суттєво підвищує їх міцність, стійкість та термостійкість. Тому розробка універсальних методів розрахунку пластин та пологих оболонок, які є моделями елементів, що виготовлені із сучасних неоднорідних композитних матеріалів, являє собою актуальну проблему механіки неоднорідних структур. Враховуючи, що подібні елементи можуть мати різну геометричну форму плану та способи закріплення, для розробки чисельно аналітичного методу пропонується використовувати теорію R-функцій у поєднанні з варіаційними методами.

В даній роботі будемо розглядати проблему про вільні геометричні нелінійні коливання пологих оболонок постійної товщини  $h$ , які